

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

Н.Ю. Благовещенский

**ИНДЕКС СОГЛАСОВАННОСТИ
ПОЗИЦИЙ ГРУПП В ВЫБОРНЫХ
ОРГАНАХ**

Препринт WP7/2004/02

Серия WP7

Теория и практика общественного выбора

Москва
ГУ ВШЭ
2004

Б68 **Благовещенский Н.Ю.** Индекс согласованности позиций групп в выборных органах. Препринт WP7/2004/02 — М.: ГУ ВШЭ, 2004. — 16 с.

В работе рассмотрен индекс согласованности позиций групп выборных органов и проблема оценки взаимоотношений групп с помощью данного индекса при неконсолидированном голосовании. Исследованы свойства индекса, показано, что дополнение к индексу является расстоянием в пространстве, порождаемом результатами голосований. На основе среднего значения индекса согласованности позиций проанализированы результаты оценки отношений депутатских объединений Государственной Думы РФ 3-го созыва.

УДК 330.101.542
ББК 65.012.1

Blagoveshchensky N. The index of concordance of positions of groups in the legislative organ. Working paper WP7/2004/02 — Moscow: State University — Higher School of Economics, 2004. — 16 p. (in Russian).

In work are consider the index of concordance of positions of groups in the legislative organ and problem of estimation of relations among groups by means of given index. Explored characteristics of the index. Is shown that addition to index is a distance in the space of results of voting. The index is used for the analysis of relation among faction and groups in the lower chamber of the Russian Parliament from January 2000 to November 2003.

Препринты ГУ ВШЭ размещаются на сайте: <http://www.hse.ru/science/preprint/>

Введение

В политических исследованиях значительное внимание уделяется проблеме оценки выборного органа по результатам голосований на основе рейтингов и индексов, характеризующих позиции отдельных групп (см., например, [9—11]). Если структура выборного органа определяется небольшим числом групп, то оценку оказывается удобно строить на основе парных взаимоотношений.

Взаимоотношения групп в выборном органе отражаются как на их позициях по различным проблемам, так и на результатах голосований. Группы, придерживающиеся сходных политических позиций, имеющие общие интересы и, соответственно, находящиеся в «хороших» отношениях, будут инициировать согласованные решения и будут поддерживать их при голосовании. Напротив, если парламентарии находятся в «плохих» отношениях, то в большинстве вопросов, по которым существуют различные точки зрения, они и голосовать будут по-разному, противопоставляя свое решение позиции «оппонента». Зная отношения между группами, складывающиеся в рамках отдельной проблемы (например, бюджета) или в целом, можно прогнозировать результаты голосований, основываясь на позициях отдельных групп. Очевидно, что не менее интересна и обратная задача — измерение позиций групп и отношений между ними по результатам голосований.

Если группы голосуют консолидированно или отклонения от консолидированного голосования случайны, незначительны и обусловлены факторами, не связанными с позицией и отношениями групп¹, тогда есть возможность представить позицию группы бинарной величиной, принимающей значения «За» и «Против», а отношения пары групп естественно измерять с помощью частоты совпадения их позиций в серии голосований, информативных для системы отношений в рамках отдельной проблемы или в целом². В то же время возможны ситуации, когда доля голосов, поданных «За», имеет существенное значение. Например, в сложной ситуации группа, от позиции которой зависит исход голосования, «раскалывается» пополам, или когда позиции групп (доля голосующих «За») представлены в небольшом числе «главных» вопросов и/или являются результатом прогноза.

¹ Например, «консолидированное» голосование технически выполняется «дежурным по фракции» депутатом, который не успевает нажать на все кнопки.

² В частности, такой подход к оценке «взаимодействия» фракций практикуется в Государственной Думе (см. [12]).

Отметим, что оценки системы отношений групп могут быть использованы как параметры в различных моделях (например, по оценке влияния групп и фракций [3]). В то же время, очевидно, представляет интерес динамика этих показателей во времени, связанная с изменениями системы отношений групп в выборном органе.

В настоящей работе предложен подход, в основе которого лежит измерение взаимоотношений групп в отдельном голосовании по доле голосов «За» с помощью специального показателя — индекса согласованности позиций групп.

В разделе 1 дано определение индекса согласованности позиций, обсуждаются подходы к его построению и интерпретации. В разделе 2 исследуются свойства этого индекса. Раздел 3 посвящен измерению отношений фракций и депутатских групп Государственной Думы 3-го созыва на основе оценки индекса согласованности позиций по голосованиям, информативным для политического размежевания.

1. Индекс согласованности позиций групп

Пусть q_1 и q_2 означают долю проголосовавших «За» в 1-й и 2-й группах.

Если позиция одной из фракций является консолидированной (доля голосов «За» равна 0 или 1), то естественной мерой согласованности позиций двух групп будет величина q_2 (при $q_1 = 1$) или $1 - q_2$ (при $q_1 = 0$). То есть, характеристика согласованности позиций соответствует формуле $1 - |q_1 - q_2|$.

В то же время, если обе группы голосуют неконсолидированно (доля проголосовавших «За» для обеих групп не равна 0 или 1 и существенно характеризует их позиции), то можно предположить, что «интуитивная» согласованность позиций должна зависеть от того, насколько явно выражены позиции групп. Например, согласованность позиций при $q_1 = 0,8$ и $q_2 = 0,9$ отличается от согласованности позиций при $q_1 = 0,4$ и $q_2 = 0,5$.

Таким образом, проблему оценки отношений групп по результатам голосования, в котором доля проголосовавших «За» существенно характеризует позицию группы, можно рассматривать как задачу построения показателя $c(q_1, q_2)$, учитывающего положение q_1 и q_2 на отрезке $[0, 1]$ и позволяющего упорядочивать отношения для различных пар q_i и q_j .

Индекс согласованности позиций групп, отвечающий этому требованию, определяется формулой:

$$c(q_1, q_2) = 1 - \frac{|q_1 - q_2|}{\max(q_1, 1 - q_1, q_2, 1 - q_2)}. \quad (1)$$

Отметим, что величина $\max(q_1, 1 - q_1, q_2, 1 - q_2)$ может быть представлена в другом виде: $0,5 + \max(|0,5 - q_1|, |0,5 - q_2|)$. Таким образом, цель нормировки модуля разности q_1 и q_2 на данную величину — усилить различия в позиции групп, находящихся ближе к пороговому уровню 0,5 относительно различий в позиции групп, близких к консолидированному голосованию.

В [4] был предложен индекс конформизма, определяющий, насколько раскол в данной фракции по некоторому голосованию отличается от раскола во всем законодательном органе по тому же голосованию. В понятие конформизма не вкладывается никакого оценочного смысла, а сам индекс конформизма характеризует степень «похожести по расколу» позиции группы депутатов с позицией всего законодательного органа. Индекс определялся по следующей формуле:

$$h(p, q) = 1 - \frac{|p - q|}{\max(p, 1 - p)}, \quad (2)$$

где q — доля проголосовавших «За» в группе, а p — доля проголосовавших «За» во всем парламенте³. Значения индекса меняются в диапазоне от 0 до 1, он учитывает и разность между p и q , и «уровень поддержки вопроса» p . При одном и том же значении $|p - q|$ меньшее значение индекса, так же, как и в формуле (1), будет достигаться при значениях p , близких к $1/2$.

Необходимо отметить, что подобный подход к измерению степени «похожести по расколу», использованный в индексе конформизма, достаточно хорошо известен и применяется в социально-экономических исследованиях. В [2] для унификации шкалы измерения качества жизни населения (КЖН) в случае, когда исходный показатель качества x связан с интегральным свойством качества жизни немонотонной зависимостью (т.е. между x_{\min} и x_{\max} существует некоторое оптимальное значение x_{onm}), применяется следующее преобразование:

$$\tilde{x} = 1 - \frac{|x - x_{onm}|}{\max\{(x_{\max} - x_{onm}), (x_{onm} - x_{\min})\}}. \quad (3)$$

Очевидно, что формула (2) для индекса конформизма получается из данной заменой x_{onm} на p , x на q , x_{\min} и x_{\max} на 0 и 1.

³ Индекс конформизма допускает такую интерпретацию в терминах теории вероятностей: значение индекса есть вероятность события, что позиция фракции окажется ближе к позиции парламента, чем «случайная позиция из большинства». Действительно, например, при $p \geq 1/2$ (большинство поддерживает вопрос) $h(p, q) = P(|p - \xi_{U(0,1)}| \geq |p - q| | \xi_{U(0,1)})$, где $\xi_{U(0,1)}$ — «случайная позиция» (случайная величина, равномерно распределенная на $[0, 1]$), а $p \geq \xi_{U(0,1)}$ — условие принадлежности «случайной позиции» к большинству.

Индекс согласованности позиций групп (1) можно построить на основе индекса конформизма (2). Для этого достаточно сформулировать правило определения «общей позиции» для двух групп таким образом, чтобы значения индекса конформизма «с общей позицией» для обеих групп совпадали. Далее будут рассмотрены два различных способа определения «общей позиции», приводящие к одинаковому результату.

В первом подходе сначала определяется индекс c^* как индекс конформизма для одной из групп и «общей позиции» группы $(q_1 + q_2)/2$:

$$c^*(q_1, q_2) = c^*(q_2, q_1) = h((q_1 + q_2)/2, q_2) = 1 - \frac{|q_1 - q_2|}{2 \max((q_1 + q_2)/2, 1 - (q_1 + q_2)/2)}. \quad (4)$$

Значение индекса c^* равно 1, если позиции групп совпадают ($q_1 = q_2$), и равно 0, если позиции «противоположны» (например, $q_1 = 0$ и $q_2 = 1$).

Однако, использование в качестве «общей позиции» величины $(q_1 + q_2)/2$ приводит к смещению (увеличению) порогового значения для c^* . Значение индекса c^* в «пороговой ситуации», когда позиция одной группы равна $q_1 = 1$, а другой $q_2 = 1/2$, равняется $c^*(1/2, 1) = 2/3$.

Для приведения порогового значения индекса к $1/2$ может быть применено следующее преобразование с помощью функции $f(c)$, обратной для функции⁴ $c^*(q, 1)$:

$$c(q_1, q_2) = f(c^*(q_1, q_2)) = \frac{c^*(q_1, q_2)}{2 - c^*(q_1, q_2)}. \quad (5)$$

При использовании второго способа «общей» для групп i и j объявляется позиция одной из групп (группы i), обладающей более определенной позицией, для которой $\max(q_i, 1 - q_i) \geq \max(q_j, 1 - q_j)$ ⁵. Соответственно, формула расчета индекса имеет вид:

$$c(q_1, q_2) = 1 - \frac{|q_1 - q_2|}{\max(q_1, 1 - q_1, q_2, 1 - q_2)}. \quad (6)$$

Простая проверка показывает, что формулы (3) и (4) приводят к одинаковому значению индекса.

⁴ Решая для $c^* = c^*(q, 1)$ уравнение $c^* = 1 - \frac{1-q}{1+q}$ (см. (2)) относительно q , получим $q = \frac{c^*}{2-c^*}$.

⁵ Такую позицию можно назвать «наиболее правдоподобной».

2. Свойства индекса согласованности позиций групп

Определенный по формуле (1) индекс согласованности позиций обладает следующими свойствами:

- 1) $c(q_1, q_2) \in [0, 1]$ (значение меняется между 0 и 1);
- 2) $c(q, q) = 1$ (максимум при совпадении доли проголосовавших «За»);
- 3) $c(1, 0) = c(0, 1) = 0$ (минимум при несовпадении позиций групп в консолидированном голосовании);
- 4) $c(q_1, q_2) = c(q_2, q_1)$ (коммутативность, «равноправие» групп);
- 5) $c(1, 1/2) = 1/2$ (пороговое значение, превышение которого означает смену плохого отношения на хорошее);
- 6) $c(q, 1/2) = c(1 - q, 1/2)$ (симметричность относительно порогового значения, «равноправие» позиций «За» и «Против»);
- 7) для $\tilde{c}(q_1, q_2) = 1 - c(q_1, q_2)$ при любых «позициях» q_1, q_2, q_3 ($0 \leq q_i \leq 1$) выполнено неравенство: $\tilde{c}(q_1, q_2) \leq \tilde{c}(q_1, q_3) + \tilde{c}(q_3, q_2)$.

Доказательство данного свойства приведено в Приложении.

Замечание: Очевидно, что «неравенство треугольника» будет выполняться и для любой линейной статистики, построенной по выборке индексов согласованности позиций, подсчитанных в разных голосованиях.

Выполнение свойств 1), 2), 4) и 7) означает, что $\tilde{c}(q_1, q_2)$ («дополнение» к индексу согласованности) является метрикой в пространстве, порожаемом результатами голосований, в котором каждая группа задается набором позиций $Q^i = (q_1^i, \dots, q_n^i)$ в серии из n голосований.

Отметим, что для показателя, характеризующего сходство-различие объектов, одним из фундаментальных свойств является возможность рассматривать его как расстояние в некотором метрическом пространстве. В частности, одной из причин, ограничивающих использование некоторых индексов для двухвходовых таблиц, было нарушение метрических свойств (см. [4]). Поэтому важно, что для индекса согласованности позиций, а точнее, для его «дополнения», сохраняется неравенство треугольника.

3. Применение индекса к анализу отношений фракций Государственной Думы 3-го созыва

Государственная Дума РФ состоит из 450 депутатов и формируется наполовину по одномандатным округам и наполовину — по партийным спискам. Право на образование фракции получают избирательные объединения, прошедшие по общефедеральному избирательному округу. Кроме то-

го, регламентом предусмотрена возможность создания депутатских групп, в состав которых должно входить не менее 35 депутатов⁶. Правила принятия решений — простое большинство (т.е. 226 голосов) для федеральных законов и $\frac{2}{3}$ голосов (т.е. 300 голосов) для конституционных.

В качестве источника информации о Государственной Думе использовалась база данных проекта ИНДЕМ-Статистика [http://www.indem.ru/indemstat/index.htm].

В Государственной Думе 3-го созыва по итогам выборов, прошедших 19 декабря 1999 г., было создано шесть фракций на основе партий, преодолевших 5%-ный барьер (КПРФ, Единство, ОВР, СПС, Яблоко, ЛДПР) и три депутатские группы, составленные в основном из депутатов-одномандатников (Аграрная депутатская группа, группа «Народный Депутат» и группа «Регионы России»). Кроме того, в течение всего конституционного срока работы Госдумы часть депутатов (примерно 20 человек) находилась вне депутатских объединений. Кроме того, периодически происходили переходы депутатов из фракции во фракцию, но в целом это не приводило к крупному перераспределению численности депутатских объединений.

Необходимо отметить, что фракции, особенно Единство и КПРФ, представляющие противоположные позиции по отношению к Президенту и Правительству РФ (см. [5]), как правило, придерживались консолидированной позиции при голосовании. То же можно заметить об Аграрной депутатской группе, в состав которой были «делегированы» депутаты, избранные по списку или при поддержке КПРФ. В то же время две депутатские группы — «Народный Депутат» и «Регионы России», позиционировавшиеся ближе к центру в меньшей степени соблюдали фракционную дисциплину. Показательно, что на политической карте Государственной Думы (см. [5]) разброс позиций для данных депутатских групп больше, чем разброс позиций по более крупным фракциям Единство и КПРФ.

3.1. Оценка согласованности позиций по серии голосований

В качестве оценки согласованности позиций групп в «среднем» за месяц в рамках данной работы использовалось среднее значение индекса по серии из m специально отобранных голосований, информативных для оценки позиций и отношений групп:

$$\bar{c} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m c(q_{1i}, q_{2i}). \quad (7)$$

Основной задачей отбора информативных голосований является исключение вопросов, по которым разногласия несущественны или были сня-

⁶ Государственной Думе 4-го созыва принято изменение в Регламент, увеличивающее необходимое число депутатов до 55.

ты в результате согласования решений. Голосования по таким вопросам не несут никакой информации о политическом размежевании и об отношениях групп депутатов. Отбор осуществлялся по нескольким критериям, отражающим разные стороны информативности голосования для политического размежевания между фракциями, депутатскими группами и отдельными депутатами. Практика наблюдения за реальными голосованиями в Государственной Думе в условиях, когда неучастие в голосовании в большей степени означает несогласие депутата с вопросом, чем отсутствие или нейтральную позицию, делает предпочтительными критерии, основанные на доле голосов «За» в общем списке депутатов или во фракциях.

В общем случае процедура отбора голосований включала два этапа. В начале выделялись голосования, в которых даже при небольшом числе голосов, поданных «Против», наблюдалось существенное (по доле проголосовавших «За») расхождение позиций хотя бы для двух фракций. Для каждого голосования рассчитывалась разность между максимальной и минимальной по фракциям долей голосов «За», затем отбирались голосования, для которых эта характеристика не меньше заданного уровня (в данном случае — не менее 0,7).

Далее из полученного списка исключались «незначимые» голосования по заведомо проходным и заведомо непроходным «частным» вопросам (в таких голосованиях обычно число голосов «За» не менее 300—320 или не более 30). Наконец, из списка исключались голосования, в которых расхождение обусловлено «техническими» причинами, приводящими впоследствии к переголосованию, или же пассивностью одной из фракций при голосовании по заведомо проходному вопросу и т.п.

Такая схема отбора голосований применялась в Фонде ИНДЕМ в исследованиях политического размежевания для построения политической карты и для оценки политических позиций депутатов Государственной Думы (Благовещенский, 2001в).

Необходимо отметить, что при консолидированном голосовании групп среднее значение индекса (5) является частотой совпадения позиций. В то же время схема отбора голосований, ориентированная на поиск максимальных различий в позициях всех пар фракций, очевидно, допускает для отдельных пар отклонения от консолидированного голосования и совпадение позиций. Поэтому представляется важной задача о сравнении среднего значения индекса согласованности позиций в серии голосований (при заданных условиях на общий раскол в голосовании и отклонениях от консолидированного выбора позиции для отдельных групп) с коэффициентом «межфракционного взаимодействия» (см. [12]), ориентированным на консолидированное голосование:

$$\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m I \{(q_{1i} - 0,5) \cdot (q_{2i} - 0,5) > 0\} \quad (8)$$

3.2. Анализ согласованности позиций фракций Государственной Думы

В настоящем разделе представлены результаты оценки отношений фракций Государственной Думы 3-го созыва на основе индекса согласованности позиций групп за 2000—2003 гг., рассчитанного для каждой пары фракций «в среднем» за каждый месяц работы Думы по выборке информативных голосований.

Для характеристики отношений использовались три уровня пороговых значений {0,4, 0,5, 0,6}, разделяющих отношения «явных союзников» (индекс не менее 0,6), «потенциальных союзников» (индекс от 0,5 до 0,6), «потенциальных противников» (индекс от 0,4 до 0,5) и «явных противников» (индекс не более 0,4). Выбор данных уровней пороговых значений представляется достаточным «в первом приближении» для отслеживания качественных и значимых изменений в рамках данной модели оценки отношений. Необходимость рассмотрения порогового уровня 0,5, как порогового значения индекса согласованности позиций очевидна, выбор остальных уровней требует минимального пояснения.

Оценка индекса согласованности позиций для ключевых и «идеологических» участников политического процесса (таких как СПС, КПРФ, Единство) показывает, что для явных идеологических оппонентов среднее значение индекса согласованности, как правило, не превышает 0,4. В то же время значения в диапазоне от 0,5 до 0,7 характеризуют отношения от потенциального союзничества до полностью союзнических отношений. Пороговое значение 0,6 (среднее между 0,5 и 0,7), с одной стороны, задает минимальный уровень, характеризующий явные союзнические отношения и, в то же время, сохраняет достаточные возможности для образования коалиций.

Динамика индекса согласованности позиций за 2000—2003 гг., характеризующая отношения ключевых пар в Государственной Думе 3-го созыва представлена на рис. 1—3.

КПРФ и АПГ (рис. 1), очевидно, являются ближайшими союзниками, причем АПГ частично сформирована из депутатов, избранных по списку КПРФ (например, Е.Драпеко). Вполне ожидаемо, что индекс согласованности позиций этих групп за 2000—2003 гг. оказывается не меньше 0,85, несмотря на все существенные изменения в расстановке политических сил, произошедшие в это время в Государственной Думе. Напротив, динамика индекса для пары КПРФ и Единство (рис. 1) свидетельствует о последовательном ухудшении отношений, причем наименьшие значения индекса зафиксированы в моменты, когда принимались решения и реализовывались сценарии, наиболее неприемлемые для левых — в июле 2001 (Земельный кодекс), в марте 2002 г. (разрыв пакетного соглашения), в феврале 2003 г. (реформа РАО «ЕЭС России»).

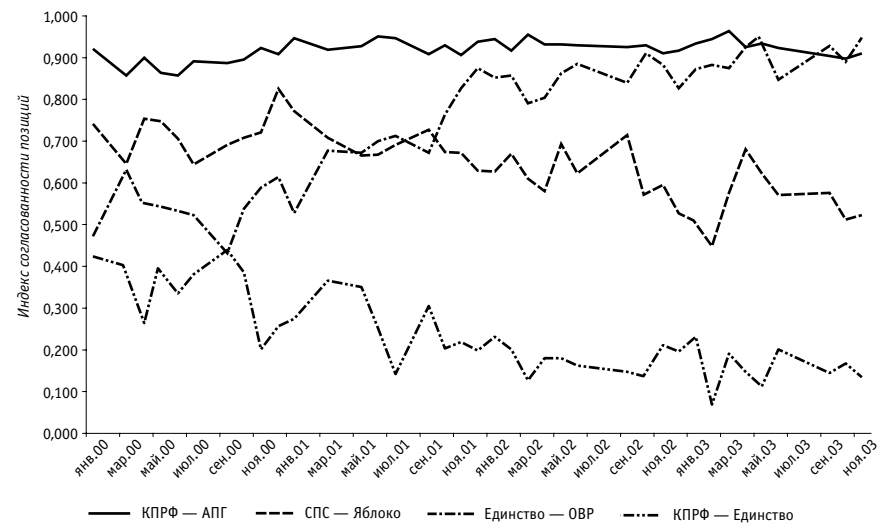


Рис. 1. Динамика индекса согласованности позиций для ключевых пар фракций Государственной Думы 3-го созыва (КПРФ — Единство, Единство — ОВР, СПС — Яблоко, КПРФ — АПГ)

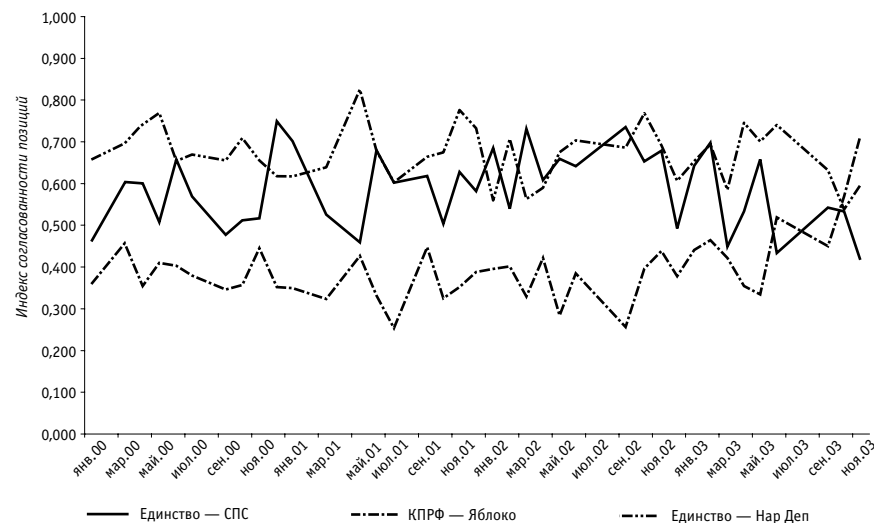


Рис. 2. Динамика индекса согласованности позиций для ключевых пар фракций Государственной Думы 3-го созыва (Единство — СПС, КПРФ — Яблоко, Единство — Нар Деп)

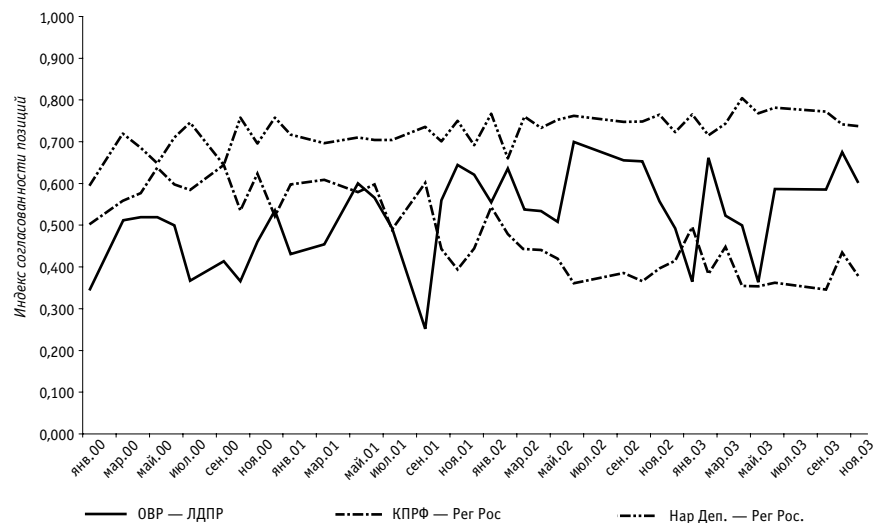


Рис. 3. Динамика индекса согласованности позиций для ключевых пар фракций Государственной Думы 3-го созыва (ОВР — ЛДПР, КПРФ — Рег Рос, Нар Деп — Рег Рос)

Динамика индекса согласованности для Единства и ОВР (Рис. 1) отражает основные этапы становления «Единой России» как «большой» партии власти. По сути, первый качественный скачок в отношениях двух фракций происходит в апреле 2001 г, в момент объявления о начале процесса объединения двух движений «Едиство» и «Отечество» в одну партию. Второй «скачок» индекса согласованности происходит в течение осенней сессии 2001 г. и к январю 2002, после проведения объединительного съезда «Единой России» переводит фракции в категорию «сверхблизких» союзников — значение индекса в последующий период превышает 0,8.

Отметим, что индекс согласованности позиций другого крупного участника «союза четырех» — группы «Народный Депутат» с фракцией Единство (рис. 2) за все время находится в диапазоне 0,55—0,75, что соответствует статусу близких союзников при определенном соблюдении дистанции. Напротив, отношения Единства и СПС (рис. 2) можно условно оценить как отношения потенциальных союзников, коалиция между которыми вполне возможна, но требует согласования позиций по конкретным вопросам и достигается не всегда (например, закон о гражданстве в феврале 2002 г.). Здесь необходимо отметить, что значение индекса согласованности в декабре 2000 г. для СПС и Единства (как и для других пар) отражает совпадение позиций не столько по государственной символике

(гимн), сколько по бюджету и другим законам, по которым проводилось большое число голосований.

Сложность взаимоотношений между потенциальными и ближайшими союзниками в «демократической» паре наиболее показательно проявилась в падении индекса согласованности для СПС и Яблока (Рис. 2), произошедшем в октябре 2002 г. и феврале 2003 г. — в это время был принят в 1-м и 2-м чтении пакет законов по реформе РАО «ЕЭС России».

Взаимодействие ЛДПР с другими фракциями Госдумы представлено на графике индексом согласованности позиций ЛДПР и ОВР (рис. 3). Для индекса согласованности с участием ЛДПР показательны большие колебания в зависимости от политической ситуации. Последнее «ухудшение» отношений ЛДПР с одной из фракций партии власти совпадает с войной в Ираке и несогласием с провозглашением амнистии в Чечне и ряду международных соглашений.

Заключение

Рассмотрена проблема оценки взаимоотношений групп в выборном органе по результатам голосований при условии, что доля проголосовавших «За» содержательно характеризует позицию группы.

Предложен подход, в основе которого лежит измерение отношений групп с помощью специального показателя — индекса согласованности позиций. Данный индекс может быть проинтерпретирован как вероятность совпадения позиций двух групп при условии, что в этой паре будет реализована наиболее правдоподобная позиция.

Исследованы свойства индекса согласованности позиций. Показано, что для «дополнения» индекса выполняется неравенство треугольника и его можно рассматривать как метрику в пространстве позиций, порождаемом результатами голосований.

В работе представлены результаты оценки отношений депутатских объединений Государственной Думы РФ 3-го созыва на основе среднего значения индекса согласованности позиций в серии голосований, информативных для политического размежевания. Динамика индекса для ключевых пар фракций Государственной Думы хорошо согласуется с реальными событиями и отношениями этих групп.

Приложение. (Доказательство неравенства треугольника)

Обозначим: $\tilde{c}(q_1, q_2) = 1 - c(q_1, q_2) \frac{|q_1 - q_2|}{\max(q_1, 1 - q_1, q_2, 1 - q_2)}$ — «дополнение» к индексу согласованности позиции.

Утверждение: Для любых «позиций» q_1, q_2, q_3 ($0 \leq q_i \leq 1$) выполнено неравенство: $\tilde{c}(q_1, q_2) \leq \tilde{c}(q_1, q_3) + \tilde{c}(q_3, q_2)$

Доказательство:

Учитывая, что при $q \in [0, 1]$ выполняется соотношение $\max(q, 1 - q) = 0,5 + |q - 0,5|$ представим \tilde{c} в виде:

$$\tilde{c}(q_1, q_2) = \frac{|q_1 - q_2|}{0,5 + \max(|q_1 - 0,5|, |q_2 - 0,5|)}.$$

Пусть, для определенности, $|q_1 - 0,5| \geq |q_2 - 0,5|$ и $q_1 \geq 0,5$ (остальные варианты вследствие «симметричности» сводятся к данному).

Тогда, при $|q_1 - 0,5| \geq |q_3 - 0,5|$, очевидно, что:

$$\tilde{c}(q_1, q_3) + \tilde{c}(q_3, q_2) = \frac{|q_1 - q_3| + |q_2 - q_3|}{0,5 + |q_1 - 0,5|} \geq \frac{|q_1 - q_2|}{0,5 + |q_1 - 0,5|} = \tilde{c}(q_1, q_2).$$

В противном случае при $|q_1 - 0,5| < |q_3 - 0,5|$ возможны два варианта. Пусть $q_3 \geq 0,5$. Тогда, очевидно,

$$\tilde{c}(q_1, q_3) + \tilde{c}(q_3, q_2) = \frac{|q_1 - q_3| + |q_2 - q_3|}{0,5 + |q_3 - 0,5|} = \frac{|q_1 - q_2| + 2|q_1 - q_3|}{q_1 + |q_1 - q_3|}.$$

Поскольку функция $f(z) = \frac{|q_1 - q_2| + 2z}{q_1 + z}$ при $z \geq 0$ непрерывна и не убывает по z ($f'(z) = \frac{2q_1 - |q_1 - q_2|}{(q_1 + z)^2} \geq 0$, что следует из условий $|q_1 - 0,5| \geq |q_2 - 0,5|$ и $q_1 \geq 0,5$), следовательно:

$$\tilde{c}(q_1, q_3) + \tilde{c}(q_3, q_2) = \frac{|q_1 - q_2| + 2|q_1 - q_3|}{q_1 + |q_1 - q_3|} \geq \frac{|q_1 - q_2|}{q_1} = \tilde{c}(q_1, q_2).$$

Аналогично, при $q_3 \leq 0,5$ и при $|q_1 - 0,5| < |q_3 - 0,5|$, $|q_1 - 0,5| \geq |q_2 - 0,5|$ и $q_1 \geq 0,5$ выполняется соотношение $q_3 \leq (1 - q_1) \leq q_2 \leq q_1$, следовательно:

$$\begin{aligned} \tilde{c}(q_1, q_3) + \tilde{c}(q_3, q_2) &= \frac{|q_1 - q_3| + |q_2 - q_3|}{0,5 + |q_3 - 0,5|} = \frac{|q_1 - q_2| + 2|q_2 - q_3|}{q_1 + |(1 - q_1) - q_3|} \geq \\ &\geq \frac{|q_1 - q_2| + 2|(1 - q_1) - q_3|}{q_1 + |(1 - q_1) - q_3|} \geq \frac{|q_1 - q_2|}{q_1} = \tilde{c}(q_1, q_2), \end{aligned}$$

что и требовалось доказать.

Список литературы

1. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. М.: «Юнити», 1998.
2. Айвазян С.А. К методологии измерения синтетических категорий качества жизни населения // Экономика и математические методы. 2003. Том 39. № 2. С. 33—53.
3. Алескеров Ф.Т., Благовещенский Н.Ю., Сатаров Г.А., Соколова А.В., Якуба В.И. Оценка влияния групп и фракций в российском парламенте (1994 — 2003гг.) // Экономический журнал ВШЭ. 2003. Том 7. № 4.
4. Аптон Г. Анализ таблиц сопряженности. М.: Финансы и статистика, 1982.
5. Благовещенский Н.Ю. Политическая карта парламента: опыт исследования политического размежевания // Решение есть всегда: Сборник трудов фонда ИНДЕМ, посвященный десятилетней годовщине его деятельности. М.: Региональный общественный фонд «Информатика для демократии», 2001в.
6. Сатаров Г.А. Российские съезды: деюстификация политической системы // Российский Монитор: Архив современной политики. 1993а. № 1.
7. Сатаров Г.А. Анализ политической структуры законодательных органов по результатам поименных голосований // Российский Монитор: Архив современной политики. 1993в. № 1.
8. Dice L.R. Measuring of the amount of ecologic association between species // Ecology. 1945. No. 26. P. 297—302.
9. Lijphart A. Electoral Systems and Party Systems. Oxford: Oxford University Press, 1997.
10. Poole K.T., Rosental H. A Political-Economic History of Roll Call Voting. N. Y.: Oxford University Press, 1997.
11. Sharp J. Michael Directory of Congressional Voting Scores and Interest Group Ratings, Washington, D.C. : CQ Press, 2000.
12. Официальный сайт Государственной Думы: www.duma.gov.ru.

Препринт WP7/2004/02
Серия WP7
Теория и практика общественного выбора

Редакторы серии *Ф.Т. Алескеров, Р.М. Нуреев*

Николай Юрьевич Благовещенский

**Индекс согласованности позиций групп
в выборных органах**

Публикуется в авторской редакции

Зав. редакцией *Е. В. Попова*
Выпускающий редактор *А. В. Заиченко*
Технический редактор *С. Д. Зиновьев*

ЛР № 020832 от 15 октября 1993 г.
Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Печать трафаретная.
Тираж 150 экз. Уч.-изд. л. 0,81. Усл. печ. л. 0,93. Заказ № 130. Изд. № 449

ГУ ВШЭ. 125319, Москва, Кочновский проезд, 3
Типография ГУ ВШЭ. 125319, Москва, Кочновский проезд, 3